Particle Swarm Optimization

Dr. Broderick Crawford Labrín

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Particle Swarm Optimization (PSO)

- Fue desarrollada por J. Kennedy and R. Eberhart en el año 1995 [a].
- Es una metaheurística basado en población diseñada para resolver problemas de optimización continuos.
- Sus soluciones (individuos) iniciales se generan aleatoreamente y se van alterando bajo un conjunto de reglas de movimiento con criterios estocásticos.

[a] *Particle swarm optimization*, Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks, Perth, WA, Australia, (1995)

PSO: Ecuaciones de movimiento

- Ecuaciones de movimientos general

$$bestX = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,j} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i,1} & x_{i,2} & \dots & x_{i,j} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,j} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i,1} & x_{i,2} & \dots & x_{i,j} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$vMax = [-20, 20] \quad (3)$$

- Donde:
  - *vMax* es un rango que limita la velocidad de las particulas

PSO: Ecuaciones de movimiento

Ecuaciones de movimiento

- Ecuación de inercia:

$$w = w_{max} - iter \cdot \frac{w_{max} - w_{min}}{MaxIter} \tag{4}$$

- Ecuación de actualización de velocidad:

$$v_{i,j}^{t+1} = w \cdot v_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t}) \tag{5}$$

- Ecuación de actualización de posición:

$$X_{i,j}^{t+1} = X_{i,j}^{t} + v_{i,j}^{t+1} \tag{6}$$

Donde

- $v_{i,j}^{t}$: velocidad de la partícula.
- $X_{i,j}^{t}$: posición de la partícula.
- $pbest_{i}^{t}$: mejor personal (pbest).
- $gbest^{t}$: mejor global (gbest).
- w: factor de inercia.
- c_1, c_2: coeficientes de aceleración.
- r_1, r_2: números aleatorios en [0,1].

PSO: Pseudocódigo

Algorithm 1 Particle Swarm Optimization

Input: Population $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$
Output: Updated population $X'=\{x'_1, x'_2, \ldots, x'_n\}$ and Best

```
Initialize random particle population X and copy in BestX; constants: vMax, wMax, wMin, c1 and c2
for it = 1 to  MaxIt do
        calulate the fitness of each X
        select Best
        Check for each element in BestX if X[i] is better, then update BestX[i] accordingly
        v = zeros(N,dim)
        w = wMax - it * ((wMax - wMin) / MaxIter)
        for i=0 to N do
                for j=0 to dim do
                        r1,r2 = random()
                        v[i,j] = w*v[i,j] + c1*r1*(BestX[i,j]-X[i,j]) + c2*r2*(Best[j]-X[i,j])
                        Ensure v stays within the range [-vMax, vMax]; if exceeded, adjust v to the nearest limit
                        X[i,j] = X[i,j] + v[i,j]
return updated population X' and Best
```

PSO: Ejemplo prático - parámetros iniciales

Considerando

$$\text{Min } z = x_1^2 + x_2^2$$

Sujeto a

$$x_1, x_2 \in [-100, 100]$$

Configuración inicial de PSO:

- Tamaño de la población: 4 individuos
- Número máximo de iteraciones: 5000 iteraciones
- $v_{Max} = [-20, 20]$
- $w_{Max} = 1{,}0$
- $w_{Min} = 0{,}2$
- $c_1 = 2$
- $c_2 = 2$

PSO: Ejemplo práctico - soluciones iniciales

Soluciones iniciales:
ind 1: [65.5597, -89.2108] / fitness: 12256.6411
ind 2: [-68.0593, -9.6881] / fitness: 4725.9276
ind 3: [36.1261, 63.6346] / fitness: 5354.4574
ind 4: [-89.2303, 59.4155] / fitness: 11492.2481

Velocidades iniciales: [0.000, 0.000, 0.000, 0.000]

Mejor solución:
ind 2: [-68.0593, -9.6881] / fitness: 4725.9276

PSO: Ejemplo práctico - iter 1

Ecuaciones generales de la iteración 1:

$$w = w_{max} - iter \cdot \frac{w_{max} - w_{min}}{MaxIter}$$

$$bestX = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,j} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i,1} & x_{i,2} & \dots & x_{i,j} \end{bmatrix}$$

$$w = 1{,}0 - 1 \cdot \frac{1{,}0 - 0{,}2}{5000} = 0{,}9998$$

$$bestX = \begin{bmatrix} 65{,}5597 & -89{,}2108 \\ -68{,}0593 & -9{,}6881 \\ 36{,}1261 & 63{,}6346 \\ -89{,}2303 & 59{,}4155 \end{bmatrix}$$

PSO: Ejemplo práctico - iter 1 - ind 1 - dim 1

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $pbest_{1,1}^{1} = 65{,}5597$ (mejor pos. personal del ind. 1)
- $gbest_{1}^{1} = -68{,}0593$ (mejor pos. global, del ind. 2)

Cálculo y actualización de posición

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}4119$
$r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}1678$
$v_{1,1}^{2} = 0{,}9998 \cdot 0 + 2 \cdot 0{,}4119 \cdot (65{,}5597 - 65{,}5597) + 2 \cdot 0{,}1678 \cdot (-68{,}0593 - 65{,}5597)$
$v_{1,1}^{2} = -44{,}8398$

Se aplica límite de velocidad: $v_{1,1}^{2} < -20 \rightarrow v_{1,1}^{2} = -20$
$X_{1,1}^{2} = X_{1,1}^{1} + v_{1,1}^{2} = 65{,}5597 - 20{,}0000 = 45{,}5597$

PSO: Ejemplo práctico - iter 1 - ind 1 - dim 2

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $pbest_{1,2}^{1} = -89{,}2108$ (mejor pos. personal del ind. 1)
- $gbest_{2}^{1} = -9{,}6881$ (mejor pos. global, del ind. 2)

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}1958$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}2073$

$v_{1,2}^{2} = 0{,}9998 \cdot 0 + 2(0{,}1958)(0) + 2(0{,}2073)(-9{,}6881 - (-89{,}2108)) = 32{,}9701$

Se aplica límite de velocidad: $v_{1,2}^{2} > 20 \rightarrow v_{1,2}^{2} = 20$

$X_{1,2}^{2} = -89{,}2108 + 20 = -69{,}2108$

PSO: Ejemplo práctico - iter 1 - ind 2 - dim 1

Análisis de la partícula

La partícula 2 es el 'gbest'. Su 'pbest' es su propia posición.

- $pbest_{2,1}^{1} = -68{,}0593$
- $gbest_{1}^{1} = -68{,}0593$

Por lo tanto, los términos $(pbest - X)$ y $(gbest - X)$ son cero.

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0, 1) = 0{,}6211$, $r_2 = \text{random}(0, 1) = 0{,}2664$

$v_{2,1}^{2} = 0{,}9998 \cdot 0 + 2(0{,}6211)(0) + 2(0{,}2664)(0) = 0$

La velocidad no cambia.

$X_{2,1}^{2} = -68{,}0593 + 0 = -68{,}0593$

PSO: Ejemplo práctico - iter 1 - ind 2 - dim 2

Análisis de la partícula

La situación es la misma para la segunda dimensión.

- $pbest_{2,2}^{1} = -9{,}6881$
- $gbest_{2}^{1} = -9{,}6881$

Los términos de la ecuación de velocidad que dependen de la posición se anulan.

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}1452$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}4729$

$v_{2,2}^{2} = 0{,}9998 \cdot 0 + 2(0{,}1452)(0) + 2(0{,}4729)(0) = 0$

La velocidad no cambia.

$X_{2,2}^{2} = -9{,}6881 + 0 = -9{,}6881$

PSO: Ejemplo práctico - iter 1 - ind 3 - dim 1

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $pbest_{3,1}^{1} = 36{,}1261$ (mejor pos. personal del ind. 3)
- $gbest_{1}^{1} = -68{,}0593$ (mejor pos. global)

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}4425$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}9511$

$v_{3,1}^{2} = 0{,}9998 \cdot 0 + 2(0{,}4425)(0) + 2(0{,}9511)(-68{,}0593 - 36{,}1261) = -198{,}18$

Se aplica límite de velocidad: $v_{3,1}^{2} < -20 \rightarrow v_{3,1}^{2} = -20$

$X_{3,1}^{2} = 36{,}1261 - 20 = 16{,}1261$

PSO: Ejemplo práctico - iter 1 - ind 3 - dim 2

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $pbest_{3,2}^{1} = 63{,}6346$ (mejor pos. personal del ind. 3)
- $gbest_{2}^{1} = -9{,}6881$ (mejor pos. global)

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}7923$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}2359$

$v_{3,2}^{2} = 0{,}9998 \cdot 0 + 2(0{,}7923)(0) + 2(0{,}2359)(-9{,}6881 - 63{,}6346) = -34{,}60$

Se aplica límite de velocidad: $v_{3,2}^{2} < -20 \rightarrow v_{3,2}^{2} = -20$

$X_{3,2}^{2} = 63{,}6346 - 20 = 43{,}6346$

PSO: Ejemplo práctico - iter 1 - ind 4 - dim 1

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $pbest_{4,1}^{1} = -89{,}2303$
- $gbest_{1}^{1} = -68{,}0593$

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}7301$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}1236$
$v_{4,1}^{2} = 0{,}9998 \cdot 0 + 2(0{,}7301)(0) + 2(0{,}1236)(-68{,}0593 - (-89{,}2303)) = 5{,}23$
La velocidad está dentro del límite [-20, 20] y no se modifica.
$X_{4,1}^{2} = -89{,}2303 + 5{,}23 = -84{,}00$

PSO: Ejemplo práctico - iter 1 - ind 4 - dim 2

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $pbest_{4,2}^{1} = 59{,}4155$
- $gbest_{2}^{1} = -9{,}6881$

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}2531$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}3419$

$v_{4,2}^{2} = 0{,}9998 \cdot 0 + 2(0{,}2531)(0) + 2(0{,}3419)(-9{,}6881 - 59{,}4155) = -47{,}25$

Se aplica límite de velocidad: $v_{4,2}^{2} < -20 \rightarrow v_{4,2}^{2} = -20$

$X_{4,2}^{2} = 59{,}4155 - 20 = 39{,}4155$

PSO: Ejemplo práctico - Resumen Iteración 1

Nuevas posiciones y fitness

Todas las soluciones están dentro de las restricciones $[-100, 100]$.

- ind 1: [45.5597, -69.2108] / fitness: 6865.82
- ind 2: [-68.0593, -9.6881] / fitness: 4725.93
- ind 3: [16.1261, 43.6346] / fitness: 2164.02
- ind 4: [-84.00, 39.4155] / fitness: 8609.58

Actualización de mejores posiciones

- El fitness de ind 1, 3 y 4 mejoró, por lo que sus *pbest* se actualizan a sus nuevas posiciones.
- El *pbest* del ind 2 no cambia.
- La mejor solución global ahora es la del **individuo 3**.

Nuevo global best (gbest) para iteración 2

[16.1261, 43.6346] / fitness: 2164.02

PSO: Ejemplo práctico - Inicio Iteración 2

Estado al inicio de la iteración 2

Factor de inercia: $w = 1{,}0 - 2 \cdot \frac{1{,}0-0{,}2}{5000} = 0{,}9997$

Posiciones actuales (X^2):

$$X^2 = \begin{bmatrix} 45{,}5597 & -69{,}2108 \\ -68{,}0593 & -9{,}6881 \\ 16{,}1261 & 43{,}6346 \\ -84{,}00 & 39{,}4155 \end{bmatrix}$$

Mejor posición global ($gbest^2$):

$$[16{,}1261, 43{,}6346]$$

PSO: Ejemplo práctico - iter 2 - ind 1 - dim 1

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $v_{1,1}^{2} = -20$ (velocidad de la iter. anterior)
- $pbest_{1,1}^{2} = 45{,}5597$
- $gbest_{1}^{2} = 16{,}1261$

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}1398$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}1348$
$v_{1,1}^{3} = 0{,}9997(-20) + 2(0{,}1398)(0) + 2(0{,}1348)(16{,}1261 - 45{,}5597) = -27{,}93$
Se aplica límite de velocidad: $v_{1,1}^{3} < -20 \rightarrow v_{1,1}^{3} = -20$
$X_{1,1}^{3} = 45{,}5597 - 20 = 25{,}5597$

PSO: Ejemplo práctico - iter 2 - ind 1 - dim 2

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $v_{1,2}^{2} = 20$ (velocidad de la iter. anterior)
- $pbest_{1,2}^{2} = -69{,}2108$
- $gbest_{2}^{2} = 43{,}6346$

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}7543$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}7844$

$v_{1,2}^{3} = 0{,}9997(20) + 2(0{,}7543)(0) + 2(0{,}7844)(43{,}6346 - (-69{,}2108)) = 197{,}05$

Se aplica límite de velocidad: $v_{1,2}^{3} > 20 \rightarrow v_{1,2}^{3} = 20$

$X_{1,2}^{3} = -69{,}2108 + 20 = -49{,}2108$

PSO: Ejemplo práctico - iter 2 - ind 2 - dim 1

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $v_{2,1}^{2} = 0$ (velocidad de la iter. anterior)
- $pbest_{2,1}^{2} = -68{,}0593$ (no mejoró, mantiene el de iter 0)
- $gbest_{1}^{2} = 16{,}1261$

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}3527$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}9777$

$v_{2,1}^{3} = 0{,}9997(0) + 2(0{,}3527)(0) + 2(0{,}9777)(16{,}1261 - (-68{,}0593)) = 164{,}61$

Se aplica límite de velocidad: $v_{2,1}^{3} > 20 \rightarrow v_{2,1}^{3} = 20$

$X_{2,1}^{3} = -68{,}0593 + 20 = -48{,}0593$

PSO: Ejemplo práctico - iter 2 - ind 2 - dim 2

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $v_{2,2}^{2} = 0$ (velocidad de la iter. anterior)
- $pbest_{2,2}^{2} = -9{,}6881$ (no mejoró, mantiene el de iter 0)
- $gbest_{2}^{2} = 43{,}6346$

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}6600$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}3774$

$v_{2,2}^{3} = 0{,}9997(0) + 2(0{,}6600)(0) + 2(0{,}3774)(43{,}6346 - (-9{,}6881)) = 40{,}24$

Se aplica límite de velocidad: $v_{2,2}^{3} > 20 \rightarrow v_{2,2}^{3} = 20$

$X_{2,2}^{3} = -9{,}6881 + 20 = 10{,}3119$

PSO: Ejemplo práctico - iter 2 - ind 3 - dim 1

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $v_{3,1}^{2} = -20{,}0000$ (velocidad de la iter. anterior)
- $pbest_{3,1}^{2} = 16{,}1261$ (ind. 3 es su propio pbest)
- $gbest_{1}^{2} = 16{,}1261$ (ind. 3 es el nuevo gbest)

Cálculo y actualización de posición

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}3652$
$r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}0702$
$v_{3,1}^{3} = 0{,}9997 \cdot (-20) + 2 \cdot 0{,}3652 \cdot (16{,}1261 - 16{,}1261) + 2 \cdot 0{,}0702 \cdot (16{,}1261 - 16{,}1261)$
$v_{3,1}^{3} = -19{,}994 \; X_{3,1}^{3} = X_{3,1}^{2} + v_{3,1}^{3} = 16{,}1261 - 19{,}994 = -3{,}8679$

PSO: Ejemplo práctico - iter 2 - ind 3 - dim 2

Análisis de la partícula

- La partícula 3 es el 'gbest', por lo que $pbest_3 = gbest = X_3$.
- Los términos de atracción $(pbest - X)$ y $(gbest - X)$ son cero.
- La velocidad solo se actualiza por la inercia actuando sobre su velocidad anterior.

Cálculo y actualización

$v^2_{3,2} = -20$ (velocidad de la iter. anterior)
$v^3_{3,2} = w \cdot v^2_{3,2} + 0 + 0 = 0{,}9997 \cdot (-20) = -19{,}994$
La velocidad está dentro del límite [-20, 20].
$X^3_{3,2} = X^2_{3,2} + v^3_{3,2} = 43{,}6346 - 19{,}994 = 23{,}6406$

PSO: Ejemplo práctico - iter 2 - ind 4 - dim 1

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $v_{4,1}^{2} = 5{,}23$ (velocidad de la iter. anterior)
- $pbest_{4,1}^{2} = -84{,}00$ (mejoró, actualiza a su pos. X^2)
- $gbest_{1}^{2} = 16{,}1261$

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}0994$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}2623$

$v_{4,1}^{3} = 0{,}9997(5{,}23) + 2(0{,}0994)(0) + 2(0{,}2623)(16{,}1261 - (-84{,}00)) = 57{,}75$

Se aplica límite de velocidad: $v_{4,1}^{3} > 20 \rightarrow v_{4,1}^{3} = 20$

$X_{4,1}^{3} = X_{4,1}^{2} + v_{4,1}^{3} = -84{,}00 + 20 = -64{,}00$

PSO: Ejemplo práctico - iter 2 - ind 4 - dim 2

Ecuación de velocidad

$$v_{i,j}^{t+1} = wv_{i,j}^{t} + c_1 r_1 (pbest_{i,j}^{t} - X_{i,j}^{t}) + c_2 r_2 (gbest_{j}^{t} - X_{i,j}^{t})$$

- $v_{4,2}^{2} = -20$ (velocidad de la iter. anterior)
- $pbest_{4,2}^{2} = 39{,}4155$ (mejoró, actualiza a su pos. X^2)
- $gbest_{2}^{2} = 43{,}6346$

Cálculo y actualización

$r_1 = \text{random}(0,1) = 0{,}4001$, $r_2 = \text{random}(0,1) = 0{,}5388$

$v_{4,2}^{3} = 0{,}9997(-20) + 2(0{,}4001)(0) + 2(0{,}5388)(43{,}6346 - 39{,}4155) = -15{,}45$

La velocidad está dentro del límite [-20, 20].

$X_{4,2}^{3} = X_{4,2}^{2} + v_{4,2}^{3} = 39{,}4155 - 15{,}45 = 23{,}9655$

PSO: Ejemplo práctico - Resumen Iteración 2

Nuevas posiciones y fitness

- ind 1: [25.5597, -49.2108] / fitness: 3075.0
- ind 2: [-48.0593, 10.3119] / fitness: 2416.0
- ind 3: [-3.8679, 23.6406] / fitness: 573.84
- ind 4: [-64.00, 23.9655] / fitness: 4670.35

Actualización de mejores posiciones

- Todas las partículas mejoraron su fitness en comparación con su ‘pbest‘ anterior. Se actualizan todos los ‘pbest‘.
- El ‘gbest‘ también mejora, ya que el **individuo 3** encontró una solución con un fitness de 573.84, que es mejor que el anterior de 2164.02.

Nuevo Global Best (gbest) para Iteración 3

[-3.8679, 23.6406] / fitness: 573.84

PSO: Ejemplo práctico - Iteración 5000

Parámetros para la iteración 5000

Cálculo del factor de inercia final para $iter = 5000$:

$$w = 1{,}0 - 5000 \cdot \frac{1{,}0-0{,}2}{5000} = 0{,}2000$$

Estado de convergencia

Se asume que en la iteración final, todas las partículas han convergido. Sus posiciones actuales (X), sus mejores personales ($pbest$) y la mejor global ($gbest$) son idénticas.

$$X = pbest = gbest = \begin{bmatrix} -0{,}3212 & 0{,}0208 \\ -0{,}3212 & 0{,}0208 \\ -0{,}3212 & 0{,}0208 \\ -0{,}3212 & 0{,}0208 \end{bmatrix}$$

PSO: Ejemplo práctico - iter 5000 - ind 1 - dim 1

Análisis en convergencia

En la iteración final, se asume que el sistema ha convergido. Para cualquier partícula y dimensión:

- La posición actual es la misma que la mejor personal y la global.
- La velocidad de la iteración anterior es cero.

Esto hace que los términos de atracción en la ecuación de velocidad sean cero.

Cálculo y actualización

$(pbest_{i,j} - X_{i,j}) = 0$ y $(gbest_j - X_{i,j}) = 0$ La ecuación de velocidad se simplifica a: $v_{i,j}^{5000} = w \cdot v_{i,j}^{4999} + 0 + 0 = 0{,}2000 \cdot 0 = 0$ Como la velocidad es cero, la posición de la partícula no cambia.

PSO: Ejemplo práctico - iter 5000 - ind 1 - dim 2

Análisis en convergencia

En la iteración final, se asume que el sistema ha convergido. Para cualquier partícula y dimensión:

- La posición actual es la misma que la mejor personal y la global.
- La velocidad de la iteración anterior es cero.

Esto hace que los términos de atracción en la ecuación de velocidad sean cero.

Cálculo y actualización

$(pbest_{i,j} - X_{i,j}) = 0$ y $(gbest_j - X_{i,j}) = 0$ La ecuación de velocidad se simplifica a: $v_{i,j}^{5000} = w \cdot v_{i,j}^{4999} + 0 + 0 = 0{,}2000 \cdot 0 = 0$ Como la velocidad es cero, la posición de la partícula no cambia.

PSO: Ejemplo práctico - iter 5000 - ind 2 - dim 1

Análisis en convergencia

En la iteración final, se asume que el sistema ha convergido. Para cualquier partícula y dimensión:

- La posición actual es la misma que la mejor personal y la global.
- La velocidad de la iteración anterior es cero.

Esto hace que los términos de atracción en la ecuación de velocidad sean cero.

Cálculo y actualización

$(pbest_{i,j} - X_{i,j}) = 0$ y $(gbest_j - X_{i,j}) = 0$ La ecuación de velocidad se simplifica a: $v_{i,j}^{5000} = w \cdot v_{i,j}^{4999} + 0 + 0 = 0{,}2000 \cdot 0 = 0$ Como la velocidad es cero, la posición de la partícula no cambia.

PSO: Ejemplo práctico - iter 5000 - ind 2 - dim 2

Análisis en convergencia

En la iteración final, se asume que el sistema ha convergido. Para cualquier partícula y dimensión:

- La posición actual es la misma que la mejor personal y la global.
- La velocidad de la iteración anterior es cero.

Esto hace que los términos de atracción en la ecuación de velocidad sean cero.

Cálculo y actualización

$(pbest_{i,j} - X_{i,j}) = 0$ y $(gbest_j - X_{i,j}) = 0$ La ecuación de velocidad se simplifica a: $v_{i,j}^{5000} = w \cdot v_{i,j}^{4999} + 0 + 0 = 0{,}2000 \cdot 0 = 0$ Como la velocidad es cero, la posición de la partícula no cambia.

PSO: Ejemplo práctico - iter 5000 - ind 3 - dim 1

Análisis en convergencia

En la iteración final, se asume que el sistema ha convergido. Para cualquier partícula y dimensión:

- La posición actual es la misma que la mejor personal y la global.
- La velocidad de la iteración anterior es cero.

Esto hace que los términos de atracción en la ecuación de velocidad sean cero.

Cálculo y actualización

$(pbest_{i,j} - X_{i,j}) = 0$ y $(gbest_j - X_{i,j}) = 0$ La ecuación de velocidad se simplifica a: $v_{i,j}^{5000} = w \cdot v_{i,j}^{4999} + 0 + 0 = 0{,}2000 \cdot 0 = 0$ Como la velocidad es cero, la posición de la partícula no cambia.

PSO: Ejemplo práctico - iter 5000 - ind 3 - dim 2

Análisis en convergencia

En la iteración final, se asume que el sistema ha convergido. Para cualquier partícula y dimensión:

- La posición actual es la misma que la mejor personal y la global.
- La velocidad de la iteración anterior es cero.

Esto hace que los términos de atracción en la ecuación de velocidad sean cero.

Cálculo y actualización

$(pbest_{i,j} - X_{i,j}) = 0$ y $(gbest_j - X_{i,j}) = 0$ La ecuación de velocidad se simplifica a: $v_{i,j}^{5000} = w \cdot v_{i,j}^{4999} + 0 + 0 = 0{,}2000 \cdot 0 = 0$ Como la velocidad es cero, la posición de la partícula no cambia.

PSO: Ejemplo práctico - iter 5000 - ind 4 - dim 1

Análisis en convergencia

En la iteración final, se asume que el sistema ha convergido. Para cualquier partícula y dimensión:

- La posición actual es la misma que la mejor personal y la global.
- La velocidad de la iteración anterior es cero.

Esto hace que los términos de atracción en la ecuación de velocidad sean cero.

Cálculo y actualización

$(pbest_{i,j} - X_{i,j}) = 0$ y $(gbest_j - X_{i,j}) = 0$ La ecuación de velocidad se simplifica a: $v_{i,j}^{5000} = w \cdot v_{i,j}^{4999} + 0 + 0 = 0{,}2000 \cdot 0 = 0$ Como la velocidad es cero, la posición de la partícula no cambia.

PSO: Ejemplo práctico - iter 5000 - ind 4 - dim 2

Análisis en convergencia

En la iteración final, se asume que el sistema ha convergido. Para cualquier partícula y dimensión:

- La posición actual es la misma que la mejor personal y la global.
- La velocidad de la iteración anterior es cero.

Esto hace que los términos de atracción en la ecuación de velocidad sean cero.

Cálculo y actualización

$(pbest_{i,j} - X_{i,j}) = 0$ y $(gbest_j - X_{i,j}) = 0$ La ecuación de velocidad se simplifica a: $v_{i,j}^{5000} = w \cdot v_{i,j}^{4999} + 0 + 0 = 0{,}2000 \cdot 0 = 0$ Como la velocidad es cero, la posición de la partícula no cambia.

PSO: Ejemplo práctico - Resultado final del ejemplo

Convergencia del enjambre

En la iteración 5000, se observa que el enjambre ha convergido. Todas las partículas comparten la misma posición y sus velocidades se han vuelto cero, por lo que dejan de moverse.

Mejor solución global encontrada (gbest final)

El algoritmo concluye su búsqueda, presentando la siguiente solución como el punto mínimo encontrado:

Posición final: [-0.3212, 0.0208]

Fitness final: 0.1036