

Optimización Estocástica

Búsqueda Tabú

Dr. Broderick Crawford Labrín

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

¿Por qué no permitir movimientos que no mejoran z ?

- Con el fin de mejorar la búsqueda se podría considerar visitar soluciones que empeoran z con la esperanza de encontrar mejores vecinos en iteraciones posteriores.
- La implementación de esta idea requiere incorporar un mecanismo que evite caer en ciclos.

Dificultades al permitir movimientos que no mejoran z

Considerando.

$$\text{Max } z = 18x_1 + 25x_2 + 11x_3 + 14x_4$$

Sujeto a

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}$$

Solución inicial: $(1,0,0,0)$

$M =$ Complemento simple

Dificultades al permitir movimientos que no mejoran z

Comenzando en $(1,0,0,0)$:

Vecinos	Factibilidad	z
$(0,0,0,0)$	✓	0
$(1,1,0,0)$	×	-
$(1,0,1,0)$	✓	29
$(1,0,0,1)$	✓	32

Continuando en $(1,0,0,1)$:

Vecinos	Factibilidad	z
$(0,0,0,1)$	✓	14
$(1,1,0,1)$	×	-
$(1,0,1,1)$	×	-
$(1,0,0,0)$	✓	18

Dificultades al permitir movimientos que no mejoran z

Continuando en $(1,0,0,0)$:

Vecinos	Factibilidad	z
$(0,0,0,0)$	✓	0
$(1,1,0,0)$	×	-
$(1,0,1,0)$	✓	29
$(1,0,0,1)$	✓	32

La búsqueda ha caído en un ciclo.

- Permite movimientos que no mejoran la función de evaluación.
- Evita ciclos prohibiendo temporalmente movimientos que retornarían a una solución visitada recientemente.
- El efecto es prevenir ciclos de corto término a pesar de que las soluciones pueden ser revisitadas en un período más largo.
- Mientras existan soluciones vecinas factibles el algoritmo iterará, por lo tanto, es necesario establecer un máximo de iteraciones para detenerlo.

- **Paso 0: Inicialización**

- Elegir solución factible inicial: x^0
- Elegir límite de iteraciones: t_{max}
- $t \leftarrow 0$
- $x^* \leftarrow x^0$

- **Paso 1: Óptimo local**

- Si ningún $\Delta x \in M$ no tabú es factible o $t = t_{max}$ se termina siendo x^* el óptimo local

- **Paso 2: Movimiento**

- Elegir un Δx no tabú factible y hacerlo Δx^{t+1}

- **Paso 3: Actualizar**

- $x^{t+1} \leftarrow x^t + \Delta x^{t+1}$

- **Paso 4:** *Mejor solución actual*

- Si x^{t+1} entrega un mejor valor para la función de evaluación que x^* hacer $x^* \leftarrow x^{t+1}$

- **Paso 5:** *Lista tabú*

- Remover de la lista tabú los movimientos que hayan cumplido su condición de permanencia en la lista.
- Agregar un conjunto de movimientos que incluya cualquier retorno inmediato desde x^{t+1} a x^t

- **Paso 6:** *Incremento*

- $t \leftarrow t + 1$
- Volver al paso 1.

Considerando

$$\text{Max } z = 18x_1 + 25x_2 + 11x_3 + 14x_4$$

Sujeto a

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}$$

Solicitud inicial: (1,0,0,0)

M = Complemento simple

Cantidad de iteraciones: 5

Criterio de manejo de la lista de movimientos Tabú: prohibir modificación de un componente modificado por las siguientes dos iteraciones.

Búsqueda Tabú

Comenzando en $(1,0,0,0)$:

Vecinos	Factibilidad	z	Δz	z^*	Observaciones
$(0,0,0,0)$	✓	0	-18	18	
$(1,1,0,0)$	×	-	-	18	
$(1,0,1,0)$	✓	29	+11	18	
$(1,0,0,1)$	✓	32	+14	18	Mejor vecino, $i = 4$

Continuando en $(1,0,0,1)$:

Vecinos	Factibilidad	z	Δz	z^*	Observaciones
$(0,0,0,1)$	✓	14	-18	32	Mejor vecino, $i = 1$
$(1,1,0,1)$	×	-	-	32	
$(1,0,1,1)$	×	-	-	32	

Continuando en $(0,0,0,1)$:

Vecinos	Factibilidad	z	Δz	z^*	Observaciones
$(0,1,0,1)$	✓	39	+25	32	Mejor vecino, $i = 2$
$(0,0,1,1)$	✓	25	+11	32	

Continuando en $(0,1,0,1)$:

Vecinos	Factibilidad	z	Δz	z^*	Observaciones
$(0,1,1,1)$	×	-	-	39	
$(0,1,0,0)$	✓	25	-14	39	Mejor vecino, $i = 4$

Continuando en $(0,1,0,0)$:

Vecinos	Factibilidad	z	Δz	z^*	Observaciones
$(1,1,0,0)$	×	-	-	39	
$(0,1,1,0)$	✓	36	+11	39	# iteraciones = 5

Resumiendo

t	x^t	z	Δz	z^*	Observaciones
0	(1,0,0,0)	18	-	18	
1	(1,0,0,1)	32	14	32	
2	(0,0,0,1)	14	-18	32	
3	(0,1,0,1)	39	25	39	
4	(0,1,0,0)	25	-14	39	
5	(0,1,1,0)	36	11	39	

- Al igual que Hill-Climbing la calidad de la búsqueda depende de la solución inicial considerada.
- El factor más importante es el manejo de la lista Tabú:
 - Un criterio restrictivo acelera los cálculos pues se consideran pocos vecinos en cada iteración pero disminuye la calidad de la búsqueda
 - Un criterio permisivo mejora la calidad de la búsqueda al considerar más vecinos pero implica una mayor cantidad de cálculos para evaluar todos los vecinos

Manejo de la lista Tabú

Considerando

$$\text{Max } z = 18x_1 + 25x_2 + 11x_3 + 14x_4$$

Sujeto a

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}$$

Solicitud inicial: (1,0,0,0)

M = Complemento simple

Cantidad de iteraciones: 5

Criterio de manejo de la lista de movimientos Tabú: prohibir modificación de un componente modificado por las siguientes tres iteraciones.

Manejo de la lista Tabú

Comenzando en $(1,0,0,0)$:

Vecinos	Factibilidad	z	Δz	z^*	Observaciones
$(0,0,0,0)$	✓	0	-18	18	
$(1,1,0,0)$	×	-	-	18	
$(1,0,1,0)$	✓	29	+11	18	
$(1,0,0,1)$	✓	32	+14	18	Mejor vecino, $i = 4$

Continuando en $(1,0,0,1)$:

Vecinos	Factibilidad	z	Δz	z^*	Observaciones
$(0,0,0,1)$	✓	14	-18	32	Mejor vecino, $i = 1$
$(1,1,0,1)$	×	-	-	32	
$(1,0,1,1)$	×	-	-	32	

Manejo de la lista Tabú

Continuando en $(0,0,0,1)$:

Vecinos	Factibilidad	z	Δz	z^*	Observaciones
$(0,1,0,1)$	✓	39	+25	32	Mejor vecino, $i = 2$
$(0,0,1,1)$	✓	25	+11	32	

Continuando en $(0,1,0,1)$:

Vecinos	Factibilidad	z	Δz	z^*	Observaciones
$(0,1,1,1)$	×	-	-	39	Fin