

Optimización Estocástica

Recocido Simulado

Dr. Broderick Crawford Labrín

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

- Analogía al proceso de *annealing* que enfría lentamente los metales para mejorar su dureza.
- Movimientos que mejoran la función de evaluación siempre son aceptados.
- Movimientos que no mejoran la función de evaluación son aceptados de acuerdo a probabilidades generadas con números aleatorios.

● Paso 0: *Inicialización*

- Elegir solución factible inicial: x^0 .
- Elegir límite de iteraciones: t_{max} .
- Elegir temperatura inicial positiva: q .
- $t \leftarrow 0$
- $x^* \leftarrow x^0$

● Paso 1: *Óptimo local*

- Si ningún $\Delta x \in M$ es factible o $t = t_{max}$, se termina el proceso considerando x^* como el óptimo local

● Paso 2: *Movimiento provisorio*

- Elegir aleatoriamente un Δx factible y hacerlo provisoriamente Δx^{t+1} .
- Calcular Δz : efecto neto en la función de evaluación de pasar de x^t a x^{t+1} .

● Paso 3: *Aceptación*

- Si $\Delta z > 0$ ó con probabilidad $e^{\frac{\Delta z}{q}}$ si $\Delta z \leq 0$ se acepta el movimiento: $x^{t+1} \leftarrow x^t + \Delta x^{t+1}$. En caso contrario ir al paso 2.

- **Paso 4:** *Mejor solución actual*
 - Si x^{t+1} entrega un mejor valor para la función de evaluación que x^* hacer $x^* \leftarrow x^{t+1}$.
- **Paso 5:** *Reducción de temperatura*
 - Si un número suficiente de iteraciones han sido realizados desde el último cambio de temperatura reducir la temperatura q .
- **Paso 6:** *Incremento*
 - $t \leftarrow t + 1$
 - Volver al paso 1.

Considerando

$$\text{Max } z = 18x_1 + 25x_2 + 11x_3 + 14x_4$$

Sujeto a

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}$$

Solución inicial: (1,0,0,0)

M = Complemento simple

Cantidad de iteraciones: 3

Temperatura inicial: 10

Secuencia de Números Aleatorios: 0,72; 0,83; 0,33; 0,41; 0,09; 0,54

Simulated Annealing

Comenzando en $(1,0,0,0)$:

Vecinos	Factibilidad	Rango	z	Δz	z^*	Observaciones
$(0,0,0,0)$	✓	$[0, \dots, 0.33]$	0	-18	18	
$(1,1,0,0)$	✗		-	-	18	
$(1,0,1,0)$	✓	$(0.33, \dots, 0.66]$	29	+11	18	
$(1,0,0,1)$	✓	$(0.66, \dots, 1]$	32	+14	18	Vecino 1: 0.72: $\Delta z > 0$, acepta

Continuando en (1,0,0,1):

Vecinos	Factibilidad	Rango	z	Δz	z^*	Observaciones
(0,0,0,1)	✓	[0,...,0.5]	14	-18	32	Vecino 2: 0.41: $\Delta z \leq 0, e^{\frac{-18}{10}} = 0,165 \geq 0,09, \text{ aceptar}$
(1,1,0,1)	×		-	-	32	
(1,0,1,1)	×		-	-	32	
(1,0,0,0)	✓	(0.5,...,1]	18,	-14	32	Vecino 1: 0.83: $\Delta z \leq 0, e^{\frac{-14}{10}} = 0,247 < 0,33, \text{ rechazar}$

Continuando en $(0,0,0,1)$:

Vecinos	Factibilidad	Rango	z	Δz	z^*	Observaciones
$(1,0,0,1)$	✓	$[0, \dots, 0.25]$	32	+18	32	
$(0,1,0,1)$	✓	$(0.25, \dots, 0.50]$	39	+25	32	
$(0,0,1,1)$	✓	$(0.50, \dots, 0.75]$	25	+11	32	Vecino 1: 0.54: $\Delta z > 0$, <i>acepta</i>
$(0,0,0,0)$	✓	$(0.75, \dots, 1]$	0	-14	32	

Resumiendo:

t	x^t	z	Δz	z^*	q	Observaciones
0	(1,0,0,0)	18	-	18	10	Acepta
1	(1,0,0,1)	32	+14	32	10	Acepta
2	(0,0,0,1)	14	-18	32	10	Acepta
3	(0,0,1,1)	25	+11	32	10	Acepta