

# Optimización Estocástica

## Recocido Simulado

Dr. Broderick Crawford Labrín

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

- Analogía al proceso de *annealing* que enfría lentamente los metales para mejorar su dureza.
- Movimientos que mejoran la función de evaluación siempre son aceptados.
- Movimientos que no mejoran la función de evaluación son aceptados de acuerdo a probabilidades generadas con números aleatorios.

## ● Paso 0: *Inicialización*

- Elegir solución factible inicial:  $x^0$ .
- Elegir límite de iteraciones:  $t_{max}$ .
- Elegir temperatura inicial positiva:  $q$ .
- $t \leftarrow 0$
- $x^* \leftarrow x^0$

## ● Paso 1: *Óptimo local*

- Si ningún  $\Delta x \in M$  es factible o  $t = t_{max}$  se termina siendo  $x^*$  el óptimo local

## ● Paso 2: *Movimiento provisorio*

- Elegir aleatoriamente un  $\Delta x$  factible y hacerlo provisoriamente  $\Delta x^{t+1}$ .
- Calcular  $\Delta z$  : efecto neto en la función de evaluación de pasar de  $x^t$  a  $x^{t+1}$ .

## ● Paso 3: *Aceptación*

- Si  $\Delta z > 0$  ó con probabilidad  $e^{\frac{\Delta z}{q}}$  si  $\Delta z \leq 0$  se acepta el movimiento:  $x^{t+1} \leftarrow x^t + \Delta x^{t+1}$ . En caso contrario ir al paso 2.

- **Paso 4:** *Mejor solución actual*
  - Si  $x^{t+1}$  entrega un mejor valor para la función de evaluación que  $x^*$  hacer  $x^* \leftarrow x^{t+1}$ .
- **Paso 5:** *Reducción de temperatura*
  - Si un número suficiente de iteraciones han sido realizados desde el último cambio de temperatura reducir la temperatura  $q$ .
- **Paso 6:** *Incremento*
  - $t \leftarrow t + 1$
  - Volver al paso 1.

Considerando

$$\text{Max } z = 18x_1 + 25x_2 + 11x_3 + 14x_4$$

Sujeto a

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}$$

Solución inicial: (1,0,0,0)

M = Complemento simple

Cantidad de iteraciones: 3

Temperatura inicial: 10

Secuencia de Números Aleatorios: 0, 72; 0, 83; 0, 33; 0, 41; 0, 09; 0, 54

# Simulated Annealing

Comenzando en  $(1,0,0,0)$ :

Vecinos	Factibilidad	Rango	$z$	$\Delta z$	$z^*$	Observaciones
$(0,0,0,0)$	✓	$[0, \dots, 0.33]$	0	-18	18	
$(1,1,0,0)$	✗		-	-	18	
$(1,0,1,0)$	✓	$(0.33, \dots, 0.66]$	29	+11	18	
$(1,0,0,1)$	✓	$(0.66, \dots, 1]$	32	+14	18	Vecino 1: 0.72: $\Delta z > 0$ , acepta

Continuando en (1,0,0,1):

Vecinos	Factibilidad	Rango	z	$\Delta z$	$z^*$	Observaciones
(0,0,0,1)	✓	[0,...,0.5]	14	-18	32	Vecino 2: 0.41: $\Delta z \leq 0, e^{\frac{-18}{10}} = 0,165 \geq 0,09, \text{ aceptar}$
(1,1,0,1)	×		-	-	32	
(1,0,1,1)	×		-	-	32	
(1,0,0,0)	✓	(0.5,...,1]	18,	-14	32	Vecino 1: 0.83: $\Delta z \leq 0, e^{\frac{-14}{10}} = 0,247 < 0,33, \text{ rechazar}$

Continuando en  $(0,0,0,1)$ :

Vecinos	Factibilidad	Rango	$z$	$\Delta z$	$z^*$	Observaciones
$(1,0,0,1)$	✓	$[0, \dots, 0.25]$	32	+18	32	
$(0,1,0,1)$	✓	$(0.25, \dots, 0.50]$	39	+25	32	
$(0,0,1,1)$	✓	$(0.50, \dots, 0.75]$	25	+11	32	Vecino 1: 0.54: $\Delta z > 0$ , <i>acepta</i>
$(0,0,0,0)$	✓	$(0.75, \dots, 1]$	0	-14	32	



Resumiendo:

t	$x^t$	z	$\Delta z$	$z^*$	q	Observaciones
0	(1,0,0,0)	18	-	18	10	Acepta
1	(1,0,0,1)	32	+14	32	10	Acepta
2	(0,0,0,1)	14	-18	32	10	Acepta
3	(0,0,1,1)	25	+11	32	10	Acepta